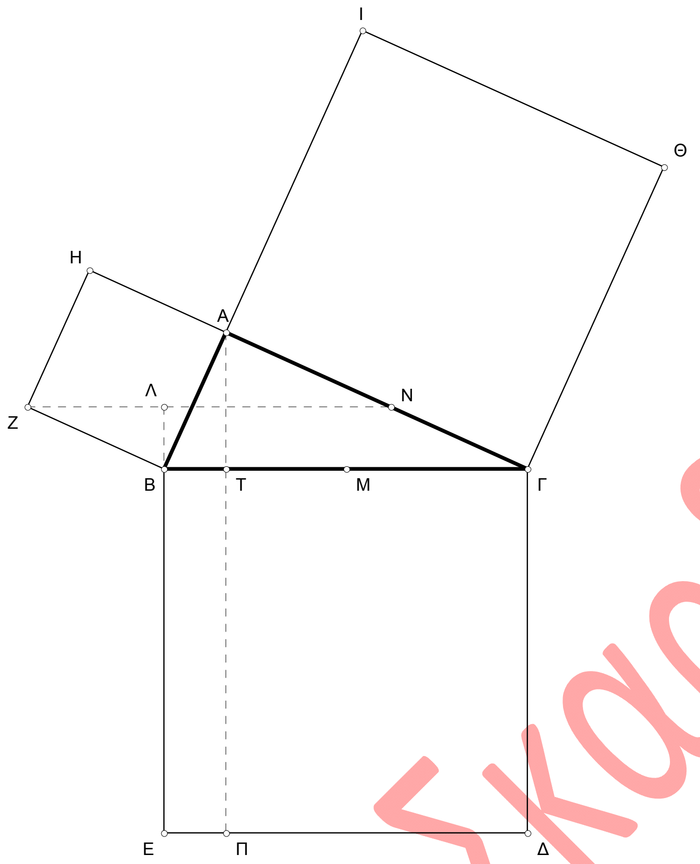
Θεώρημα του Πυθαγόρα

(Αποτελεί ειδική περίπτωση του θεωρήματος του Πάππου)

Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ, το τετράγωνο της υποτείνουσας είναι ίσο με το άθροισμα των τετραγώνων των καθέτων πλευρών. Δηλαδή θα ισχύει:



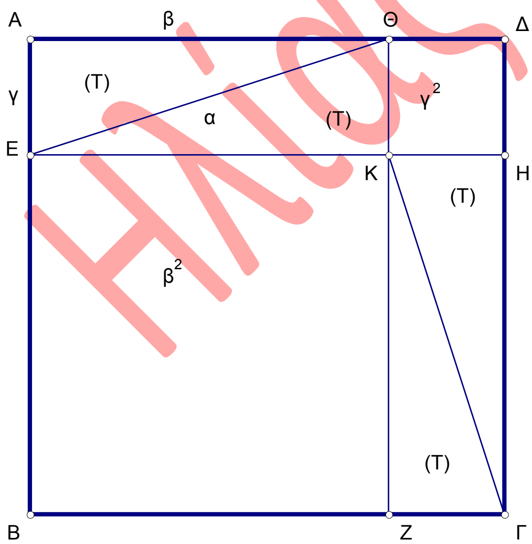
$$(ΒΓ)^2 = (ΑΒ)^2 + (ΑΓ)^2$$

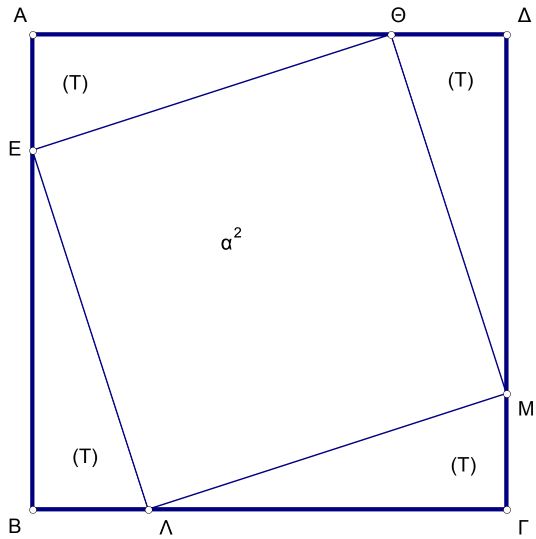
Απόδειξη (α):

Ε(ΑΒΖΗ)=Ε(ΒΖΝΓ) Έχουν κοινή βάση ΒΖ και ίσα ύψη. Τα τρίγωνα ΑΒΖ και ΑΒΤ είναι ίσα διότι είναι ορθογώνια με ίσες υποτείνουσες και ίσες οξείες γωνίες Β. Άρα ΒΛ=ΒΤ. Επομένως Ε(ΒΖΝΓ)=Ε(ΒΤΠΕ). Ομοίως θα είναι Ε(ΑΓΘΙ)=Ε(ΤΠΔΓ).

Για το Πυθαγόρειο Θεώρημα υπάρχουν πολλές ακόμα αποδείξεις. Μια ακόμα απόδειξη που παρουσιάζει ενδιαφέρον είναι αυτή που περιγράφεται πιο κάτω.

Απόδειξη (β):





Κατασκευάζουμε ένα τετράγωνο ΑΒΓΔ με πλευρά ίση με το άθροισμα των καθέτων πλευρών του ορθογωνίου τριγώνου.
Παρατηρούμε στο πρώτο σχήμα ότι Ε(ΕΒΖΚ)+Ε(ΘΚΗΔ)=Ε(ΑΒΓΔ)-4Ε(ΑΕΘ) ενώ στο δεύτερο σχήμα Ε(ΕΛΜΘ)=Ε(ΑΒΓΔ)-4Ε(ΑΕΘ).