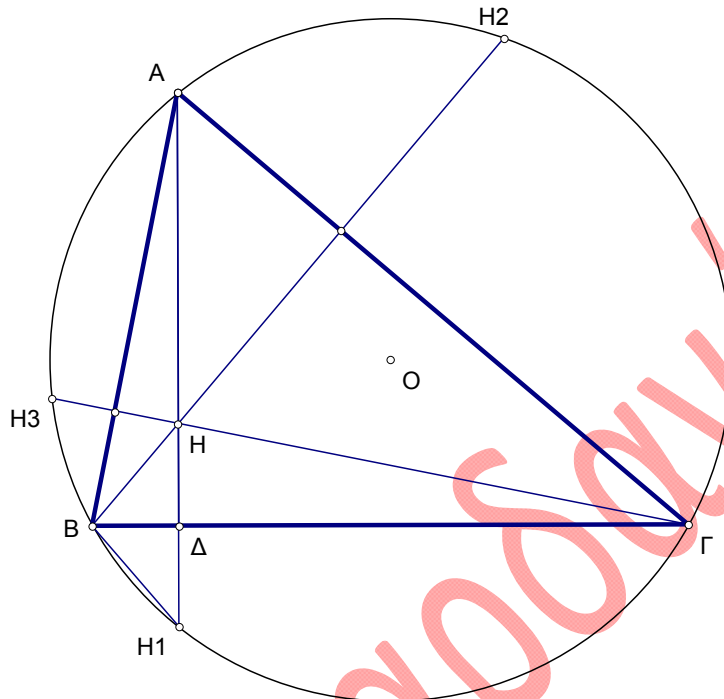


## Θεώρημα του Carnot.

Σε κάθε τρίγωνο τα συμμετρικά του ορθοκέντρου ως προς τις πλευρές είναι σημεία του περιγεγραμμένου κύκλου.



### Απόδειξη:

Στο τρίγωνο  $AB\Gamma$  περιγράψω κύκλο  $O$ .

Φέρνω το ύψος  $A\Delta$  και το προεκτείνω. Αν  $H_1$  το σημείο τομής του ύψους  $A\Delta$  και του Κύκλου  $O$  προσδιορίζω το  $H$  συμμετρικό του  $H_1$  ως προς άξονα  $B\Gamma$ .

Άρα  $H_1\Delta = \Delta H$  και  $\widehat{B\Gamma H_1} = \widehat{B\Gamma H}$  επί πλέον  $\widehat{B\Gamma H_1} = \widehat{A\Gamma H_1}$ . Επομένως  $\widehat{B\Gamma H} = \widehat{A\Gamma \Delta}$ .

Επειδή δε η γωνία  $\hat{\Delta} = 90^\circ$  δηλαδή το τρίγωνο  $A\Delta\Gamma$  είναι ορθογώνιο, θα είναι:  $\widehat{B\Gamma H} + \widehat{B\Gamma A} = \widehat{A\Gamma \Delta} + \widehat{B\Gamma A} = 90^\circ$ . Άρα η  $BH$  προεκτεινόμενη θα τέμνει κάθετα την  $A\Gamma$  πράγμα που σημαίνει ότι το  $H$  θα είναι το ορθόκεντρο του τριγώνου  $AB\Gamma$ .

Ομοίως για τα  $H_2$  και  $H_3$ .